लीलावत्यां भास्कराचार्यस्य गणितचातुर्यम्

अवधेशकुमारश्रोत्रियः

लीलावतीग्रन्थस्य गणितचातुर्यं प्रतिपाद्यतेऽत्र निबन्धे। क्रमचयसञ्चयादीनाम् आधुनिकगणितविधिना गणनं प्रदर्श्य लीलावतीकारस्य वैशिष्ट्यं प्रतिपाद्यते।

सकलेऽस्मिन् ब्रह्माण्डगोले सृष्टेर्मूलमन्त्रस्य भगवतो वेदस्य सत्स्वपि षट्स्वङ्गेषु वस्तुतो नेत्रत्वाज्ज्योतिश्शास्त्रस्यापामरं यावान्यादृशश्चोपयोग इति विवेचनं तु करकङ्कणावलोकनार्थं दर्पणान्वेषणमिव प्रयासमात्रमेव। ज्योतिश्शास्त्रं खलु कला-विधायकशास्त्रम्। अस्य शास्त्रस्य त्रयः स्कन्धाः सन्ति–सिद्धान्त-होरा-संहितेति। सिद्धान्तज्योतिर्ग्रन्थप्रणेतृषु श्रीमतो भास्कराचार्यस्य नाम प्राथम्येन ज्योतिर्विद्यायां विहवायामायाति। अयं न केवलं ज्योतिशास्त्रस्यैव पण्डित आसीदपि तु शास्त्रान्तरेष्वप्यस्य प्रगाढं पाण्डित्यं जगतो विस्मयं जनयति स्म तद्यथा–

अष्टौ व्याकरणानि षट् च भिषजां व्याचष्ट ताः संहिताः
षट्तर्कान् गणितानि पञ्च चतुरो वेदानधीते स्म यः।
रत्नानां त्रितयं द्वयं च बुबुधे मीमांसयोरन्तरे
सद्ब्रह्मैकमगाधबोधमहिमा सोऽस्याः कविर्भास्करः।।

षट्त्रिंशे वयसि १०७२ शालिवाहनशकेऽनेन ग्रहगोलगणितस्य सिद्धान्तशिरोमणिग्रन्थः निरमायि, यस्यैकः प्रथमो विभागः व्यक्तगणितात्मरूपः। तस्य च विभागस्य ग्रन्थो हि लीलावतीनामकः। एतच्च गणितं व्यक्तगणितं पाटीगणितं वा उच्यते लोकैः। सुललितैः वृत्तैः हृदयङ्गमैश्चोदाहरणैर्विनिर्मितोऽयं ग्रन्थः गुणनभजनवर्गघनभिन्नश्रेढीक्षेत्रवृत्तादिव्यवहारादिकं गणितं लीलया एव=सुखेनैव यथा बोधगम्यं भवेदिति तथाविधं लीला विद्यते यस्यां गाणितिकी सा लीलावतीत्यन्वर्थकं नाम आचार्येणोक्तमिति मे मतम्। भास्कराचार्यस्यार्द्धाङ्गिनी लीलावती, आत्मजा वा

लीलावतीत्यत्र विसंवादकल्पनं निर्युक्तिकम्। शृङ्गारसम्बोधनं प्रियायै समीचीनमिति चेत्कन्यायै तदयुक्तमथ 'बाले, बालकुरङ्गलोलनयने लीलावति प्रोच्यतामिति' कन्यामुद्दिश्य सम्बोधनं न, प्रत्युत प्रियायै। अतएव सुललितपदविन्याससत्त्वाद् रञ्जकतया झगिति गणितसदृशक्लिष्टविषयस्य बोधः पाठकानां भवेदिति धियैव लीलावतीति नामकरणं कृतमाचार्येणेति तदुक्तं ग्रहगोलाध्यायस्यादौ मङ्गलपद्ये–

सिद्धिं साध्यमुपैति यत्स्मरणतः क्षिप्रं प्रसादात्तथा
यस्याश्चित्रपदा स्वलङ्कृतिरलं लालित्यलीलावती।
नृत्यन्ती मुखरङ्गगेव कृतिनां स्याद्भारती भारती
तं तां च प्रणिपत्य गोलममलं बालावबोधं ब्रुवे।।[१]

इत्यलं प्रसङ्गागतविचारेण।

अथ प्रकृतेऽस्या लीलावत्याः समाप्तौ विद्यते अङ्कपाशाध्यायस्तमवलम्ब्य गणितार्णवस्य अणुमात्रमेव स्वरूपं कीदृशमस्तीति पाठकानां सुविचारकानाञ्च पुरस्तादुपस्थापयामि।

अङ्कानां पाशो रचना विशेषोऽङ्कपाशः अभिन्नान् कतिपयानङ्कान् सङ्गृह्य एकादिषु परिमितेषु स्थानेषु यदि तेषामेवाङ्कानां स्थानपरिवर्तनेन निवेशः क्रियते तदा तत्स्थापनप्रकाशः कियन्तो भवन्ति एतद्विधायकप्रकारस्यैवाङ्कपाशेति संज्ञा कृताऽत्राचार्येण। अस्य चाङ्कपाशगणितस्याधुनिका अपि अनुसरणं कुर्वन्तः दृश्यन्ते, ते हि अत्र क्रमचयनाम्ना (Permutations) सञ्चयनाम्ना (Combinations) च गणितं व्यवहरन्ति। अत्र गणितविधौ अङ्कानां विविधक्रमाणामथवा तेषां विविधप्रकाराणां सङ्गणना क्रियते। वस्तुतोऽस्य आधुनिकगणितस्य बीजमस्माकं भारतीयप्राचीनगणित-मूलकमेव। जैनगणितज्ञानां विषयोऽयं प्रिय आसीत्। स्थानाङ्गसूत्रे (३५० ई. पू.) अस्य गणितस्य नाम "भङ्गः" इति कथितम्। तथा च भगवतीसूत्रे (३०० ई. पू.) अत्राङ्कानां विविधसमूहः एकसंयोगः, द्विकसंयोगः इत्यादिनामभिः कीर्त्तितः। शीलाङ्कसूरिणा तु "विकल्प" इति नाम्ना कथितः। तेन हि क्रमचयार्थं सूत्रं लिखितम्–

एकाद्या गच्छपर्यन्ता परस्परसमाहताः।
राशयस्तद्धि विज्ञेयं विकल्पगणिते फलम्।।[२]

अङ्कपाशजन्यं गणितमेतदाधुनिकशिक्षापद्धतावपि महत्त्वं भजते। यथा– मध्यप्रदेशे माध्यमिकशिक्षामण्डलभोपालद्वारा सञ्चालितपाठ्यक्रमे (BOARD OF SECONDARY EDUCATION, MADHYA PRADESH, BHOPAL) एकादशकक्षायां (11^{Th}) गणितविषये क्रमचय-सञ्चय- (Permutations and Combinations) नामभ्यां

निर्धारिते स्तः, द्वे अपि गणिते। अत्र भास्कराचार्यस्याङ्कपाश- गणितस्याधुनिकगणितस्य च साम्यं विद्यत इत्यत्र न सन्देहः। अत्र आधुनिकगणितदृष्ट्या काश्चन परिभाषाः विलिख्यन्ते।

१. क्रमचयः (Permutations)– प्रदत्तेषु वस्तुषु कतिचनानि अथवा निखिलानि वस्तूनि गृहीत्वा कृतः विन्यासः (arrangements) क्रमचयः कथ्यते। स च क्रमचयः P अक्षरेणावगम्यते।[३] यथा– BHOPAL इत्यत्र आङ्गलशब्दे षडक्षराणि सन्ति, तेषां षडक्षराणां क्रमचयः–

$${}^{6}P_{6} = \angle 6 = 6.5.4.3.2.1$$

२. सञ्चयः (Combinations)– प्रदत्तवस्तुषु अभीष्टवस्तूनां क्रमविचारं विनैव सङ्गृह्य ये विभिन्नसमुदायाः प्राप्यन्ते, तेषु प्रत्येकं सञ्चयाः कथ्यन्ते, यत् खलु सर्वं C इत्यनेन प्रदर्श्यते।

यथा– $n_{cr} = \frac{\angle n}{\angle r \angle n - r}$

अथ भास्करविधिना–

स्थानान्तमेकादिचयाङ्कघातः संख्याविभेदा नियतैः स्युरङ्कैः।
भक्तोऽङ्कमित्याङ्कसमासनिघ्नः स्थानेषु युक्तो मितिसंयुतिः स्यात्।।[४]

अर्थात् स्थानान्तं एकादिचयाङ्कघातः नियतैः अङ्कैः संख्याविभेदाः स्युः।

आधुनिकगणिते सूत्रम्–

एकादि अङ्कानां स्थान(n)पर्यन्तं परस्परं गुणनेन संख्याविभेदः अर्थात् क्रमचयानां गणना प्राप्यते। अत्राधुनिकगणिते एवं विधं सूत्रं प्राप्यते।

${}^{n}P_{n} = \angle n, \angle n$ इत्यस्यार्थः क्रमगुणितसङ्केतनम् (Factorial Notation)[५]। स च अङ्कसमासनिघ्नः अङ्कमित्या भक्तः, स्थानेषु युक्तः तदा मितिसंयुतिः स्यात्। यत्संख्यकस्थानेऽङ्काः स्युस्तत्पर्यन्तम् १×२×३..... एवं क्रियमाणे यत्फलं समागच्छेत्तत्तुल्यमेव तेषामङ्कानां भेदा भविष्यन्ति। स च भेदाङ्कः अङ्कमित्या भजनीयस्तथाऽङ्कयोगेन गुणनीयस्तदा तादृशभेदेन जायमानानां बहुविधानामङ्कानां योगो भविष्यतीति।

आधुनिकगणिते सूत्रम्–

$$\frac{\angle n - १\,(१०^{n} - १) \times \text{समेषामङ्कानां योगः}}{९}$$

यथोदाहरणम्–

द्विकाष्टकाभ्यां त्रिनवाष्टकैर्वा निरन्तरं द्व्यादिनवावसानैः।
संख्याविभेदाः कति सम्भवन्ति तत्संख्यकैक्यानि पृथग्वदाशु।।[६]

भास्करविधिना–

(I) प्रथमोदाहरणे– २,८ अत्र स्थाने २, स्थानान्तमेकादिचयाङ्घातः= १×२=२ एवं जातौ संख्याभेदौ = २, अत्राङ्कसमासो नाम योग= ८+२=१०, भेदनिघ्नोऽङ्कमित्याभक्तस्सन् । स्थानद्वये एकादशशत-स्थानीयक्रमेण युक्ते $\frac{१०_{१०}}{११०}$ अयमेव योगः।

आधुनिकविधिना :–

सूत्रम् (Formula)– $\frac{\text{समेषामङ्कानां योगः}}{९}$

अत्र २, ८

n = २ तदा

(II) द्वितीयोदाहरणे ३, ९, ८ इत्यस्य = १×२×३ = ६ भेदाः।

३+९+८=२० अयं योगः

स्थानत्रये युक्तम्, तदा $\frac{४०\,४०\,४०}{४४४०}$ एतेषां भेदानां योगः।

प्रतीत्यर्थमालापो यथा–

३९८
३८९
९३८
९८३
८९३
८३९
४४४० इति भास्करविधिना

आधुनिकगणितविधिना–

n = ३ तदा

= $\frac{\text{समेषामङ्कानां योगः} \times (n!) \times (n^{n-1})}{\text{स्थानानां संख्या}}$

= $\frac{२ \times ९९९ \times २०}{९} = ४४४०$

(III) तृतीयोदाहरणेऽपि – भास्करविधिना

२, ३, ४, ५, ६, ७, ८, ९

१×२×३×४×५×६×७×८ = ४०३२० (भेदाः)

२+३+४+५+६+७+८+९ = ४४(योगः)

=

इमे स्थानतुल्यसंख्या योजनेनैतत्तुल्यम् =

२४६३९९९९७५३६० भविष्यन्त्येव।

आधुनिकगणितविधिना–

=

=

= २४६३९९९९७५३६०

भास्करगणितविधिना–

एवमेवानन्तवतो भगवतो हरेस्तथा शङ्करस्य च अनन्तमूर्तिभेदाः भवितुमर्हन्ति– किन्तु विशेषतः–

पाशाङ्कुशाहिडमरूककपालशूलैः खट्वाङ्गशक्तिशरचापयुतैर्भवन्ति।
अन्योन्यहस्तकलितैः कति मूर्तिभेदाः शम्भोर्हरेरिव दारिसरोजशङ्खैः।।[७]

अत्रोदाहरणे स्थानानि १० अतो १×२×३×४×५×६×७×८×९×१०=३६२८८०० शङ्करस्य मूर्तिभेदा भविष्यन्ति। तथा १×२×३×४ = २४ हरेश्च। अनयोः विष्णुशिवयोः मूर्तिभेदजन्याङ्कानां योगोऽपि, पूर्वोक्तसिद्धान्तेऽव्याप्तिमत्त्वात्, शङ्करमूर्तिभेदबाहुल्येन भास्कराचार्यस्य शिवे भक्तिरित्यपि ध्वन्यते तन्मयापि रुचिकरमिति। अत्र शङ्का समुत्पन्ना भवति यदि बहुषु स्थानेषु अङ्कास्तुल्याः स्युः तदाऽङ्कभेदेऽपि तुल्याङ्कजन्यभेदाल्पता भवितुमर्हति तदा पूर्वोक्त-नियमो न व्यापक इति सत्यम्। तदर्थमप्याचार्येणान्यः सिद्धान्त उद्घाटितः स चैवम्।

आधुनिकगणिते सूत्रम्–

यदा $n = 10$,

तदा= $10\ p\ 10$

= ३६२८८००

यदा $n = 10$, तदा = $4\ p\ 4$ = ∠४ = ४×३×२×१ = २४

भास्करगणितविधिना–

यावत्स्थानेषु तुल्याङ्कास्तद्भेदैस्तु पृथक्कृतैः।
प्राग्भेदा विहृता भेदास्तत्संख्यैक्यं च पूर्ववत्।।[९]

अर्थात् यावत् स्थानेषु तुल्याङ्काः स्युः पृथक् कृतैः तद्भेदैः प्राग्भेदाः विहृताः तदा भेदा भवन्ति। तत्संख्यैक्यं च पूर्ववत् ज्ञेयम्।

आधुनिकगणितविधिना–

General formula for the Sum

$$= \frac{\angle n}{\angle r \angle s \angle t \,.\, n} (rd,+sb,+tc,+\ldots)\left(10^{n} - 1\right)$$

यथोदाहरणम्–
द्विद्व्येकभूपरिमितैः कति संख्यकाः स्यु-
स्तासां युतिं च गणकाशु मम प्रचक्ष्व।
अम्भोधिकुम्भिशरभूतशरैस्तथाङ्कै-
श्चेदङ्कपाशविधियुक्तिविशारदोऽसि।।[१०]

२।२।१।१ इत्यत्र प्राग्वद्भेदाः १×२×३×४ = २४, अत्र स्थानद्वये तुल्याङ्कौ, तत्राप्येवं भेदौ १×२=२, १×२=२ प्राग्भेदे भक्ते $\frac{२४}{२} = १२, \frac{१२}{२} = ६$ अत एवात्र षडेव भेदा उक्ताङ्कानां भवन्ति न चतुर्विंशति- (२४) भेदाः। एतेषां षड्भेदानां संख्यैक्यञ्च $\frac{६ \times ६}{४} = ९$।

चतुःस्थानेषु योजनेन ९९९९ इति संख्यैक्यञ्च प्रतीत्यर्थम्–

२ २ १ १
२ १ २ १
२ १ १ २
१ २ १ २
१ २ २ १
१ १ २ २
---
९ ९ ९ ९ पूर्वं तुल्यं स्पष्टमेव।

एवमेव ४।८।५।५।५ एतेषां १×२×३×४×५ = १२०, तुल्याङ्कजन्यभेदाः = १×२×३ = ६, अनेन भक्ताः पूर्वभेदाः = $\frac{१२०}{६} = २०, \frac{२० \times २७}{५} = १०८$, स्थानक्रमेण योजनेन ११९९९८८ इति।

प्रतीत्यर्थम्–

४८५५५	।	८४५५५	।	५४८५५
५८४४५	।	५५४८५	।	५५८४५
५५५४८	।	५५५८४	।	४५८५५
४५५८५	।	४५५५८	।	८५४५५
८५५४५	।	८५५५४	।	५४५८५
५८५४५	।	५५४५८	।	५५८५४
५४५५८	।	५८५५४	।	

४।८।५।५।५ एतेषां पृथक् पृथक् विंशतिस्थानेषु निवेशनपुरःसरम् ११९९९८८ इत्येवं तुल्यं स्फुटम्।

आधुनिकगणिते सूत्रम्–

$$= \frac{\angle n}{\angle r \angle s \angle t.\ n}(rd,+sb,+tc,+\ldots)\left(१०^{n}-१\right)$$

यदा $n = s, r = १, s = १, t = ३$

तदा Sum (योगः) = $\frac{\angle ५}{\angle ३.५}\frac{\left(४ + ८ + १५\right)\left(१०^{५} + १\right)}{९}$

इतोऽग्रेऽनियताङ्कैरतुल्यैः च विभेदे कीदृशं सूत्रमित्याह–

स्थानान्तमेकापचितान्तिमाङ्कघातोऽसमाङ्कैश्च मितिप्रभेदाः।[११]

अर्थात् असमाङ्कैः स्थानान्तमेकापचितान्तिमाङ्कघातः मितिप्रभेदाः स्युः।

आधुनिकगणितविधिना–

= n p n .....[१२]

उदा०

स्थानषट्कस्थितौरङ्कैरन्योन्यं खेन वर्जितैः।
कति संख्याविभेदाः स्युर्यदि वेत्सि निगद्यताम्।।[१३]

इहान्तिमाङ्को (९) नव। अत्रान्त्याङ्को यावत् स्थानमेकापचितेन न्यासः– ९।८।७।६।५।४ एवं घातः ९×८×७×६×५×४ = ६०४८० इत्येवमुत्तरम्।

आधुनिकगणिते–

= , यत्र

$$= {}^{9}P_{6} = \frac{\angle 9}{\angle 9-6} = \frac{\angle 9}{\angle 3} = \frac{9\times 8\times 7\times 6\times 5\times 4\angle 3}{\angle 3}$$

= ९ ८ ७ ६ ५ ४ = ६०४८०

अन्तेऽस्ति महद्गणितकौशलमाचार्यस्य तद्यथोदाहरणम्–

पञ्चस्थानस्थितैरङ्कैर्यद्यद्योगस्त्रयोदश।
कति भेदा भवेत्संख्या यदि वेत्सि निगद्यताम्।।[१४]

अत्राचार्योक्तोदाहरणे पञ्चस्थानस्थितानामङ्कानां योगः = यो = १३ इति कल्पितम् ∴ संख्याभेदः = (अङ्कयोगः −१)। अतोऽत्र निश्चितमेवैकस्मिन्स्थाने रूपमेकमेव। स्थानद्वये प्रतिभेदविन्यासेन स्थानद्वयोद्भवा भेदाः। १।१२।२।११।३।१०

।४।९।५।८।६।७।७।६।८।५।९।४।१०।३।११।२।१२।१ अत्र भेदस्वरूपदर्शनेन यत् प्रतिभेदे स्थानाङ्कयोगस्त्रयोदश सम इति स्फुटं दृश्यतेऽतः स्थानद्वयोद्भवाद्भोदाः

=१२=

एकादि नवान्तं दशान्तमथवा इष्टाङ्कान्ताङ्कयोगस्य नाम सङ्कलितमुच्यते।

आचार्योक्तोदाहरणे स्थानसंख्या = ५, योगाः=१३ अतः पञ्चस्थानीयभेदाः=

=

=

आधुनिकगणितविधिना–

उदाहरणे n=१३, r=५ $\frac{\angle n - १}{\angle n - r \times r - १}$.....[१५]

तदा = $\frac{\angle १३}{\angle १३ - ५ \times ५ - १} = \frac{\angle १३}{\angle ८ . \angle ४} = ४९५$

एतेनोपपद्यते–

निरेकमङ्कैक्यमिदं निरेकस्थानान्तमेकापचितं विभक्तम्।
रूपादिभिस्तन्निहतेः समाः स्युः संख्याविभेदा नियतेऽङ्कयोगे।।
नवान्वितस्थानकसंख्यकाया ऊनेऽङ्कयोगे कथितं तु वेद्यम्।
संक्षिप्तमुक्तं पृथुताभयेन नान्तोऽस्ति यस्माद्गणितार्णवस्य।।[१६]

अङ्कयोगे नियते सति अङ्कैक्यं निरेकं कृत्वा निरेकस्थानान्तमेकापचितं स्थाप्यम्। इदं रूपादिभिः विभक्तं तन्निहतेः समाः संख्याविभेदाः स्युः। कथितं तु अङ्कयोगे नवान्वितस्थानकसंख्यायाः ऊने (सति) वेद्यम्। पृथुताभयेन संक्षिप्तमुक्तम्। यस्मात् गणितार्णवस्य अन्तः न अस्ति।

अत्राचार्येण नवान्वितस्थानकसंख्यकाया ऊनेऽङ्कयोगे, एवेदं सर्वं गणितमुक्तमत एव प्राचीनार्वाचीनगणितमर्मज्ञेन मैथिलपण्डितेन श्रीमुरलीधरठक्कुरमहोदयेन अत्र

विशेषोऽभिहितस्स चैवम्–

नवान्वितस्थानकसंख्यकातोऽधिकेऽङ्कयोगे कथयामि युक्तिम्।
या भास्कराचार्यवरैर्हि भेदज्ञानाय नोक्ता पृथुता भयेन।।

निरेकमङ्कैक्यमिदं निरेकेत्याद्युक्तरीत्या प्रथमं विभेदाः।

साध्यास्ततोऽभीष्टयुतौ विशोध्या.....
वास्तवं भेदमानं स्यादित्यूचुरधुनातनाः।।

अथोपसंहारे आचार्यः–

न गुणो न हरो न कृतिर्न घनः पृष्टस्तथापि दुष्टानाम्।
गर्वितगणकवटूनां स्यात्पातोऽवश्यमङ्कपाशेऽस्मिन्।।[१७]

–इत्येवमुपसंहरति – इतिदिक्
लीलावतीग्रन्थस्यान्तेऽयमङ्कपाशाध्याय इति सुधीर्भिर्ज्ञेयम्।

सिद्धिं साध्यमुपैति यत्स्मरणतः इति गणिताध्यायीये माङ्गलिके पद्ये आदौ सिद्धिशब्देन ग्रन्थारम्भः तथा ग्रहगणिताध्यायरचनानन्तरं लीलावतीग्रन्थरचना जाता इति विदुषां दैवविदां मतमतोऽन्ते वृद्धिम्–इति पदम् आशीर्वादात्मकमत्राचार्येण निक्षिप्तमिति आचार्यस्य भावस्तद्यथा–

येषां सुजातिगुणवर्गविभूषिताङ्गी शुद्धाऽ-
खिलव्यवहृतिः खलु कण्ठसक्ता।
लीलावतीह सरसोक्तिमुदाहरन्ती
तेषां सदैव सुखसम्पदुपैति वृद्धिम्।।[१८]

एवञ्चाङ्कपाशस्य दैनिकजीवने अत्यन्तं महत्त्वं दरीदृश्यते। यतो हि दैनिकजीवने कदाचित् अस्माकं समक्षमेवमवसरः आयाति यदास्माभिः उपलब्धवस्तुषु केषाञ्चिद्वस्तूनामेव चयनमभीष्टं भवति। तत्र कानिचित् चयनावसरे वयं सञ्चयनं कुर्मः। योगवियोगगुणनभजनप्रभागजातिभिन्नादिभिः अलङ्कृता कण्ठसक्ता "लीलावती" पण्डितोक्तिं व्यनक्ति। गणितगोलयोः पाण्डित्यपूर्णेन लोकपूज्यताऽऽयाति, अत एव सुखसम्पदुपैत्येव वृद्धिमिति भावस्तथा च सुजातिगुणवर्गविभूषिताङ्गी कण्ठसक्ता लीलावती भार्या येषां वामा स्यात्तेषामपि सुखसम्पदुपैत्येव वृद्धिमित्याचार्याशयस्त्वनुकरणीय एवास्माभिः सर्वशास्त्रज्ञैः मदीयाऽभ्यर्थना।।

पादटिप्पणी

१. सि॰ शि॰ गो॰ अ॰ श्लो॰ १।
२. अनुयोग-द्वार ५.२८ टीकायामुद्धृतः।
३. नूतन गणि॰ पृ॰ सं॰ ५४५ (मा॰ शि॰ म॰ म॰ प्र॰ भोपाल)।
४. ली॰ अं॰ पा॰ सं॰ विभे॰ करणसू॰।
५. नूतनगणि॰ पृ॰ सं॰ ५४६ (मा॰ शि॰ म॰ म॰ प्र॰ भोपाल)
६. ली॰ अं॰ पा॰ उद्दे॰ १
७. ली॰ अं॰ पा॰ उदा॰ २
८. नूतनगणि॰ पृ॰ सं॰ ५४५
९. ली॰ अं॰ पा॰ विशे॰ करणसूत्र॰ २
१०. ली॰ अं॰ पा॰ विशे॰ उद्दे॰ (१)
११. ली॰ अं॰ पा॰ अनियता॰ विभे॰ करणसूत्र॰
१२. नूतनगणि॰ पृ॰ सं॰ ५४६ (मा॰ शि॰ म॰ म॰ प्र॰ भोपाल)
१३. ली॰ अ॰ पा॰ अन्यत्करणसूत्र॰ उदा॰ (१)
१४. ली॰ अ॰ पा॰ अन्यत्करणसूत्र॰ उदा॰ (१)
१५. नूतनगणित॰ पृ॰ सं॰ ५६५ (मा॰ शि॰ म॰ म॰ प्र॰ भोपाल)
१६. ली॰ अं॰ पा॰ अन्यत्करणसूत्र॰ (३–४)
१७. ली॰ अं॰ पा॰
१८. ली.